GİRİŞ

Həndəsə elmi insan cəmiyyətinin tələbi və ehdiyacı nəticəsində yaranmışdır. İnsanların həyati ehdiyacları nəticəsində yaranmış həndəsə elminin bir bölməsi olan proyektiv həndəsə insanların ətrafındakı cisimləri hər hansı bir səth üzərində təsvir etməyə cəht etmələri nəticəsində meydana gəlmişdir.

Proyektiv məsələlər genişlənərək proyektiv həndəsə üçün başlanğıc olmuşdur.

Proyektiv həndəsənin əsas anlayışlarından biri nöqtənin proyektiv koordinatlarıdır.

Bu mövzu elmi ədəbiyyatlarda şərh olunsada özünün tam müfəssəl şərhini tapmamışdır.

Konus içində düz xətt müstəvi və fəzada proektiv koordinatların verilməsi məsələsi şərh olunmuşdur.

1. *DÜZ XƏTT ÜZƏRİNDƏ PROYEKTİV KOORDİNATLAR.*

Düz xətt üzərində götürülmüş hər hansı M nöqtəsinin vəziyyəti – Dekart koordinat sistemindəbir ədəd (x), bir cinsli koordinatlarda isə iki ədəd (x_1, x_2) vastəsi ilə təyin olunduğunu bilirik.

$$x = \frac{x_1}{x_2} \qquad (x_2 \neq 0).$$

Düz xəttin qeyri-məxsusi nöqtəsi üçün $(x_2 = 0)$ olur. İndi x_1 və x_2 əvəzinəonların tam xətti funksiyaları ilə mütənasib olan ξ_1 və ξ_2 ədədlərini götürək.

$$\left.\begin{aligned} \rho\xi_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ \rho\xi_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Burada a_{ik} (i,k=1,2) sabit olmaqla bərabər

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

şərtini ödəyir

$\Delta \neq 0$ olduğuna görə (1) sistemi x_1, x_2-yə görə həll edilə bilər:

$$x_1 = \rho \frac{\begin{vmatrix} \xi_1 & a_{12} \\ \xi_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{a_{22}\xi_1 - a_{12}\xi_2}{\Delta} \rho$$

$$x_1 = \rho \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & \xi_1 \\ a_{21} & \xi_2 \end{vmatrix}}{\Delta} = -\frac{a_{21}\xi_1 + a_{11}\xi_2}{\Delta} \rho$$

yaxud

$$b_{11} = \frac{a_{22}}{\Delta}, b_{12} = -\frac{a_{12}}{\Delta}, b_{21} = -\frac{a_{21}}{\Delta}, b_{22} = \frac{a_{11}}{\Delta}$$

fərz etsək

$$\left.\begin{aligned} \rho' x_1 &= b_{11}\xi_1 + b_{12}\xi_2 \\ \rho' x_2 &= b_{21}\xi_1 + b_{22}\xi_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

alırıq. Burada

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta^2}\begin{vmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta} \neq 0; \ \rho' = \frac{1}{\rho} \quad \text{olur.}$$

(1) və (2) bərabərliklərindən görünür ki, hər bir $x = x_1/x_2$ Dekart koordinatına tamami ilə müəyyən olan $\xi_1/\xi_2=\xi$ qiyməti uyğun gəlir və əksinə.

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{a_{11}x_1 + a_{12}x_2}{a_{21}x_1 + a_{22}x_2} = \frac{a_{11}x + a_{12}}{a_{21}x + a_{22}} \\ x &= \frac{x_1}{x_2} = \frac{b_{11}\xi_1 + b_{12}\xi_2}{b_{21}\xi_1 + b_{22}\xi_2} = \frac{b_{11}\xi + b_{12}}{b_{21}\xi + b_{22}} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

ξ ədədinə M (bircinsli olmayan) proyektiv koordinatı deyilir, çünki bu ədəd M nöqtəsinin vəziyyətini təyin edir. ξ_1,ξ_2 ədədinə M nöqtəsinin bircinsli proyektiv koordinatları deyilir.

(3) düsturundan görünür ki, düz xət üzərində götürülmüş M nöqtəsinin dekart və proyektiv koordinatları arasındakı münasibət, M nöqtəsinin dekart koordinatı ilə ona proektiv uyğun olan M′ nöqtəsinin dekart koordinatları arasındakı münasibətdir. Xüsusi halda $a_{21} = 0$ ($b_{21} = 0$) olduqda (3) düsturundan

$$\xi = \frac{a_{11}}{a_{22}}x + \frac{a_{12}}{a_{22}} \quad \text{və} \quad x = \frac{b_{11}}{b_{22}}\xi + \frac{b_{12}}{b_{22}} = \frac{a_{22}}{a_{11}}\xi - \frac{a_{12}}{a_{11}} \qquad (3')$$

Bu halda ξ proyektiv koordinantı, (x kimi) dekart kordinantı olur. Doğrudan da (3′) düz xətti üzərində dekart koordinat sisteminin çevirməsi düsturudur. Düz xəttin ($x_2 = 0$) qeyri məxsusi nöqtəsinin proektiv koordinantı $\xi=\xi_1:\xi_2$ –$a_{11}:a_{21}$ olur.

Proyektiv düz xətt üzərində proyektiv kordinatlarından biri 0 olan nöqtələri çox böyük rolları vardır. $x = -a_{12}:a_{11}$ nöqtəsində $\xi_1 = 0$ və $x = -a_{22}:a_{21}$ nöqtəsində $\xi_2 = 0$ olur. $\Delta \neq 0$ olduğundan bu nöqtələr üst-üstə düşə bilməz. Bu nöqtələrə (0 və 0_1) fundamental (bazis) nöqtələri deyilir. Fundamental nöqtələrin proyektiv koordinatları $\xi_1:\xi_2 = 0:1$ və $\xi_1:\xi_2 = 1:0$ olur. Proyektiv koordinatları $\xi_1:\xi_2 = 1:1$ olan nöqtəyə (E) vahid nöqtə deyilir. E vahid nöqtənin x dekart koordinantı $x = \dfrac{a_{12} - a_{22}}{a_{21} - a_{11}}$ olur. Bu üç nöqtə 0 (0:1), 0_1(1:0), E (1:1) proyektiv kordinant sistemi əmələ gətirir.